

學習單位	學習重點	時間
微積分領域		
積分法		
9. 不定積分法	9.1 認識不定積分法的概念 9.2 理解不定積分的性質及使用代數函數積分公式、三角函數積分公式及指數函數積分公式求不定積分 9.3 理解不定積分在現實生活或在數學情境的應用 9.4 使用代換積分法求不定積分 9.5 使用三角代換法求含有 $\sqrt{a^2 - x^2}$ 、 $\sqrt{x^2 - a^2}$ 或 $\sqrt{a^2 + x^2}$ 形式的不定積分 9.6 使用分部積分法求不定積分	16

課程闡釋：

學生須理解不定積分是求導法的逆運算。若 $\frac{d}{dx}F(x) = f(x)$ 成立，則

$\int f(x)dx = F(x) + C$ ，其中稱 C 為積分常數。算式 $\int f(x)dx$ 稱為 $f(x)$ 的不定積分，但須知道不定積分不是唯一的。若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一個不定積分， $F(x) + C$ (C 是一個常數) 亦是 $f(x)$ 的不定積分。同時，亦須展示給學生運用不同方法計算不定積分，可得出看似不同答案的例子。

例如，
$$\int (x+1)^2 dx = \int (x^2 + 2x + 1) dx = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + C_1$$
 及

$$\int (x+1)^2 dx = \int (x+1)^2 d(x+1) = \frac{1}{3}(x+1)^3 + C_2。$$

教師可要求學生證明 $C_1 = C_2 + \frac{1}{3}$ 並注意以上兩個答案相差的只是常數項。

學習重點 9.2 注釋欄所列出的公式應須理解，而不應只是強記背誦公式。

在推導公式 $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ 時，須引入絕對值 $|x|$ 。學生不須學習 $f(x)$ 涉及

絕對值的不定積分 $\int f(x) dx$ 。

代換積分法及分部積分法是求不定積分的有用工具。

若使用三角代換，答案中會包括 $\sin^{-1} x$ 、 $\cos^{-1} x$ 及 $\tan^{-1} x$ 等函數。因為學生尚未有反函數的概念，教師須與學生討論這些反函數的記法與及介紹它們的主值。應注意毋須討論被積函數包括反三角函數的積分。

本單元不包括涉及部分分式的問題。

為避免繁瑣的計算，求一個積分時只限使用最多兩次分部積分法。同時，不須引入積分的歸約公式。